



Taller (Solución)
Inmersión 2024

Estudiante: _____ Número de estudiante: _____

Instrucciones: Resolver todos los ejercicios. En los problemas abiertos debe mostrar claramente su procedimiento para obtener los puntos.

Ejercicio 1. Escriba verdadero o falso a las siguientes afirmaciones:

1. Los enteros son racionales.

VERDADERO. Debido a que todo número entero se pueden ser expresados como una fracción con denominador 1.

2. Si $A = \{a, e, \{i\}, o, u\}$, entonces $i \in A$.

FALSO. Note que i no es un elemento del conjunto A dado que $\{i\} \neq i$ ya que $\{i\}$ es un conjunto que contiene el elemento i .

3. La fracción $\frac{4}{5}$ es menor que $\frac{3}{7}$.

FALSO. Note que $\frac{4}{5} = \frac{28}{35}$ y $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$. Por lo tanto, al comparar los numeradores se tiene que $\frac{4}{5} > \frac{3}{7}$ pues $28 > 15$.

4. El número π y e son racionales.

FALSO. Estos números no se pueden expresar como fracción de dos números enteros.

5. Las siguientes fracciones son equivalentes $\frac{3}{5}$ y $\frac{12}{20}$

VERDADERO. Note que $3 \times 20 = 60 = 5 \times 12$.

6. La fracción $\frac{\sqrt{5}}{2}$ es un número racional.

FALSO. La fracción $\frac{\sqrt{5}}{2}$ no es un número racional porque $\sqrt{5}$ es irracional.

Ejercicio 2. Considere los siguientes conjuntos, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, a, b, c, d\}$ (Conjunto Universal)

$$A = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leq x \leq 5\}; B = \{a, b, c, d\} \text{ y } C = \{1, 2, c, d\}$$

Note que $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Por ende,

a. $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, a, b, c, d\} = U$

b. $(A \cap B)^c = \emptyset^c = U$

c. $(A \cap B) \cap C = \emptyset \cap \{1, 2, c, d\} = \emptyset$

d. $A - C = \{3, 4, 5\}$

e. ¿La igualdad siguiente es cierta $(A \cap B)^c = A^c \cap B^c$. Justifique su respuesta.

No es cierta. Tenemos que $A^c = \{a, b, c, d\}$ y $B^c = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Por lo tanto, $A^c \cap B^c = \emptyset$, pero $(A \cap B)^c = U$.

Ejercicio 3. Descomponer en factores primos 36, 42 y 15. Luego hallar

a. $MCM(36, 42)$ (Múltiplo común menor)

b. $DCM(36, 42)$ (Divisor común mayor)

c. $MCM(36, 42, 15)$

d. $DCM(36, 42, 15)$

Solución. Primero, descompongamos los números en factores primos.

■ $36 = 2^2 \times 3^2$

■ $42 = 2 \times 3 \times 7$

■ $15 = 3 \times 5$

Por ende, se tiene que:

a. $MCM(36, 42) = 2^2 \times 3^2 \times 7 = 252$

b. $DCM(36, 42) = 2 \times 3 = 6$

c. $MCM(36, 42, 15) = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 1260$

d. $DCM(36, 42, 15) = 3$

Ejercicio 4. Escriba las siguientes fracciones en orden ascendente.

a. $\frac{11}{22}, \frac{11}{16}, \frac{11}{13}$

b. $\frac{33}{16}, \frac{23}{16}, 2$

c. $\frac{3}{5}, \frac{19}{36}, \frac{17}{30}$

Solución.

a. Note que $\frac{11}{22} = \frac{1}{2}$. Es decir, debemos ordenar las fracciones $\frac{1}{2}, \frac{11}{16}, \frac{11}{13}$. Convirtiendo cada fracción a una equivalente con denominador $MCM(2, 16, 13) = 2^4 \cdot 13 = 208$ tenemos que:

■ $\frac{1}{2} = \frac{104}{2 \cdot 104} = \frac{104}{208}$

■ $\frac{11}{16} = \frac{11 \cdot 13}{16 \cdot 13} = \frac{143}{208}$

$$\blacksquare \frac{11}{13} = \frac{11 \cdot 16}{13 \cdot 16} = \frac{176}{208}$$

Dado que $104 < 143 < 176$, se tiene que

$$\frac{11}{22} < \frac{11}{16} < \frac{11}{13}$$

Similarmente convierta cada fracción a homogénea con denominador común igual al MCM de los denominadores y compare el orden de los numeradores.

b. $\frac{23}{16} < 2 < \frac{33}{16}$

c. $\frac{19}{36} < \frac{17}{30} < \frac{3}{5}$

Ejercicio 5. Realice las siguientes operaciones y simplifique su respuesta.

a. $\frac{5}{6} + \frac{4}{5}$

Solución. Se realizará la suma de dos formas.

Forma 1. Convirtiendo las fracciones a homogéneas.

Note que $\text{MCM}(6, 5) = 30$. Queremos volver las fracciones homogéneas con denominador 30. Note que

$$\begin{aligned} \frac{5}{6} + \frac{4}{5} &= \frac{5 \times 5}{6 \times 5} + \frac{4 \times 6}{5 \times 6} \\ &= \frac{25}{30} + \frac{24}{30} \\ &= \frac{49}{30} \end{aligned}$$

Forma 2. Utilizando la fórmula $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bc}$.

Note que

$$\begin{aligned} \frac{5}{6} + \frac{4}{5} &= \frac{5 \times 5 + 6 \times 4}{6 \times 5} \\ &= \frac{25 + 24}{30} \\ &= \frac{49}{30} \end{aligned}$$

b. $\frac{3}{11} - \frac{5}{22} + \frac{7}{33}$

Solución. Se realizará la suma convirtiendo las fracciones a homogéneas con denominador $\text{MCM}(11, 22, 33) = 66$. Note que

$$\begin{aligned} \frac{3}{11} - \frac{5}{22} + \frac{7}{33} &= \frac{3 \times 6}{11 \times 6} - \frac{5 \times 3}{22 \times 3} + \frac{7 \times 2}{33 \times 2} \\ &= \frac{18}{66} - \frac{15}{66} + \frac{14}{66} \\ &= \frac{18 - 15 + 14}{66} \\ &= \frac{17}{66} \end{aligned}$$

Nota. También puede realizar esta suma usando la propiedad asociativa. Es decir, primero restar $\frac{3}{11} - \frac{5}{22}$ y luego sumar el resultado con $\frac{7}{33}$. ¡Ánimo! usted puede hacerlo.

c. $\frac{5}{6} \times \frac{3}{35}$

Solución. Recuerde que $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$.

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} \frac{5}{6} \times \frac{3}{35} &= \frac{5 \times 3}{6 \times 35} \\ &= \frac{5 \times 3}{2 \times 3 \times 7 \times 5} \\ &= \frac{1}{2 \times 7} \\ &= \frac{1}{14} \end{aligned}$$

d. $\frac{5}{6} \div \frac{4}{5}$

Solución. Recuerde que $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$.

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} \frac{5}{6} \div \frac{4}{5} &= \frac{5 \times 5}{6 \times 4} \\ &= \frac{25}{24} \end{aligned}$$

e. $\frac{3}{5} \left(\frac{5}{6} + \frac{5}{12} \right) - \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$

Solución.

$$\begin{aligned}\frac{3}{5}\left(\frac{5}{6} + \frac{5}{12}\right) - \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} &= \frac{3}{5}\left(\frac{10}{12} + \frac{5}{12}\right) - \frac{1}{8} \\ &= \frac{3}{5} \times \frac{15}{12} - \frac{1}{8} \\ &= \frac{3 \times 15}{5 \times 12} - \frac{1}{8} \\ &= \frac{3}{4} - \frac{1}{8} \\ &= \frac{6}{8} - \frac{1}{8} \\ &= \frac{5}{8}\end{aligned}$$

f. $\frac{\frac{1}{4} + \frac{3}{8}}{\frac{1}{2} + \frac{13}{24}}$

Solución. Sabemos que $\frac{\frac{1}{4} + \frac{3}{8}}{\frac{1}{2} + \frac{13}{24}} = \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{8}\right) \div \left(\frac{1}{2} + \frac{13}{24}\right)$.

Note que

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{8}\right) \div \left(\frac{1}{2} + \frac{13}{24}\right) &= \frac{5}{8} \div \frac{25}{24} \\ &= \frac{5 \cdot 24}{8 \cdot 25} \\ &= \frac{5 \cdot 8 \cdot 3}{8 \cdot 5 \cdot 5} \\ &= \frac{3}{5}\end{aligned}$$

$$\text{es. } \frac{\frac{2}{3} + \frac{4}{5} \times \frac{10}{9}}{\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} - \frac{1}{2}}$$

Solución.

$$\begin{aligned} \frac{\frac{2}{3} + \frac{4}{5} \times \frac{10}{9}}{\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} - \frac{1}{2}} &= \frac{\frac{2}{3} + \frac{4 \cdot 10}{5 \cdot 9}}{\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 4} - \frac{1}{2}} \\ &= \frac{\frac{2}{3} + \frac{8}{9}}{\frac{5}{6} - \frac{1}{2}} \\ &= \frac{\frac{14}{9}}{\frac{1}{3}} \\ &= \frac{14 \cdot 3}{9} \\ &= \frac{14}{3} \end{aligned}$$