

Universidad de Puerto Rico, Río Piedras

Facultad de Ciencias Naturales

Departamento de Matemáticas

San Juan, Puerto Rico

Apellidos: El del cabello hermoso

Nombre: Dr. M

No. estudiante: _____

Profesor: Dr. Luis A. Medina

Inmersión Examen II (MATE 3001).

INSTRUCCIONES

1. Esta prueba consiste de 22 ejercicios en 6 páginas.
2. El material de este examen (y el anterior) será considerado para determinar si aprueba el curso MATE 3001.
3. Escriba su nombre y número de estudiante **ahora**.
4. Muestre su trabajo. Para recibir crédito, sus respuestas deben estar bien escritas, justificadas y bien organizadas.
5. Por favor, apague el teléfono celular y cualquier otro aparato electrónico que pueda interrumpir a otros tomando el examen.
6. Esta prueba es de 2 horas.

_____ NO ESCRIBA DEBAJO DE ESTA LINEA _____

Valor	Puntuación
100	<i>110</i>

Éxito

¡Excelente!

1. Simplifique $\left(\frac{2x^{-2}y^3}{3^{-2}x^3y^{-2}}\right)^{-2}$.

$$\left(\frac{3^{-2}x^3y^{-2}}{2x^2y^3}\right)^2 = \left(\frac{x^5}{9 \cdot 2 \cdot y^5}\right)^2 = \boxed{\frac{x^{10}}{324y^{10}}}$$

2. Suponga que $a > 0$ y $b > 0$. Simplifique $\frac{\sqrt{27a^3b}}{\sqrt{3ab^3}}$

$$\frac{\sqrt{9 \cdot 3 \cdot a^2 \cdot a \cdot b}}{\sqrt{3 \cdot a \cdot b^2 \cdot b}} = \frac{3a\sqrt{3ab}}{b\sqrt{3ab}} = \boxed{\frac{3a}{b}}$$

3. Simplifique $\frac{x}{2 + \sqrt{7}}$

$$\frac{x}{2 + \sqrt{7}} \cdot \frac{2 - \sqrt{7}}{2 - \sqrt{7}} = \frac{(2 - \sqrt{7})x}{2^2 - 7} = \frac{(2 - \sqrt{7})x}{-3} = \boxed{-\frac{2 - \sqrt{7}}{3}x}$$

4. Encuentre el conjunto solución de $3(3x - 4) + 2 = 4x$.

$$\begin{aligned} 9x - 12 + 2 &= 4x \\ 9x - 4x - 10 &= 0 \\ 5x - 10 &= 0 \\ 5x &= 10 \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x = 2 \\ \text{C.S.} = \{2\} \end{cases}$$

5. Uno más que el doble de un número es cuatro más que la mitad de éste. Encuentre el número.

Sea x tal número, entonces

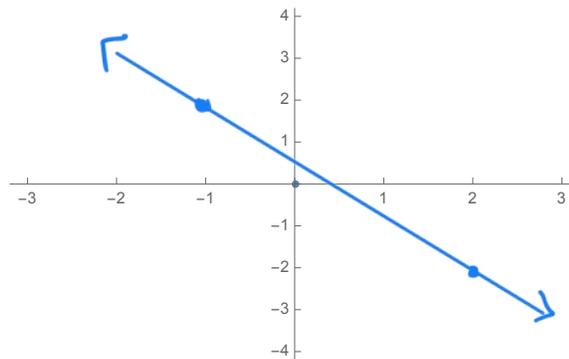
$$2x + 1 = \frac{1}{2}x + 4 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} 3x = 6 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$4x + 2 = x + 8$$

6. Sea $f(x) = \frac{x^2}{x+3}$. Encuentre $f(-2)$.

$$f(-2) = \frac{(-2)^2}{-2+3} = \frac{4}{1} = \boxed{4}$$

7. Trace la gráfica de la recta $4x + 3y - 2 = 0$.



Note que tenemos

$$\begin{aligned} 4x + 3y &= 2 \\ 3y &= 2 - 4x \\ y &= \frac{2 - 4x}{3} \end{aligned}$$

x	y
-1	2
2	-2

8. Sea $f(x) = 3x + 5$. Encuentre el valor de x tal que $f(x) = 20$.

Note que $\Rightarrow 3x = 15$
 $f(x) = 20$
 $\Rightarrow 3x + 5 = 20$
 $x = 5$

9. Factorice $x^2 + 3x - 18$.

$$(x - 3)(x + 6)$$

10. Factorice $10x^2 + 19x + 6$.

$a = 10$ $15, 4$
 $b = 19$
 $c = 6$
 $ac = 60$

$$\begin{aligned} &10x^2 + 15x + 4x + 6 \\ &5x(2x + 3) + 2(2x + 3) \\ &(5x + 2)(2x + 3) \end{aligned}$$

11. Factorice $6x^2 + 13xy + 6y^2$.

$a = 6$ $4y, 9y$
 $b = 13y$
 $c = 6y^2$
 $ac = 36y^2$

$$\begin{aligned} &6x^2 + 4yx + 9yx + 6y^2 \\ &2x(3x + 2y) + 3y(3x + 2y) \\ &(2x + 3y)(3x + 2y) \end{aligned}$$

12. Factorice $2x - 10 + xy - 5y$.

$$2(x-5) + (x-5)y$$

$$(2+y)(x-5)$$

13. Pedro y Juan son dos hermanos que viven en un mundo no muy justo. El tío de ambos, llamado Lucy Fher, le regaló a Pedro 6 dólares. A Juan también le regaló dinero y la cantidad que le regaló es tal que si le quitamos 3 dólares, entonces Pedro tiene un cuarto de esa cantidad. Halla la cantidad de dólares que el tío Lucy Fher le regaló a Juan.

Pedro = \$6

Sea x la cantidad que le regalaron a Juan. Ent,

$6 = \frac{1}{4}(x-3)$
 lo que tiene Pedro es un cuarto de tres menos que la cant. de Juan.

$6 = \frac{1}{4}(x-3)$ Lucy Fher le regaló a Juan \$27.
 $24 = x-3$
 $27 = x$

14. Considere la función $f(x)$ definida en el conjunto de los reales al conjunto de los reales tal que $f(x) = 1/(x-2)$. Encuentre el dominio y campo de valores de esta función.

$\text{dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 2\}$
 $y = \frac{1}{x-2} \Rightarrow (x-2)y = 1$
 $xy - 2y = 1$
 $xy = 1 + 2y$
 $x = \frac{1+2y}{y}$
 $\text{CV}(f) = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 0\}$

15. Divida $6x^5 - 3x^4 + x^3 + 7x^2 - 2x + 6$ entre $3x^2 + 2$. Identifique el cociente y el residuo.

$$\begin{array}{r}
 2x^3 - x^2 - x + 3 \\
 \hline
 3x^2 + 2 \overline{) 6x^5 - 3x^4 + x^3 + 7x^2 - 2x + 6} \\
 \underline{-(6x^5 \quad + 4x^3)} \\
 -3x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 2x + 6 \\
 \underline{-(-3x^4 \quad - 2x^2)} \\
 -3x^3 + 9x^2 - 2x + 6 \\
 \underline{-(-3x^3 \quad - 2x)} \\
 9x^2 + 6 \\
 \underline{-(9x^2 \quad + 6)} \\
 0
 \end{array}$$

cociente : $2x^3 - x^2 - x + 3$
 residuo : 0

16. Escribe la siguiente ecuación lineal en la forma $y = mx + b$:

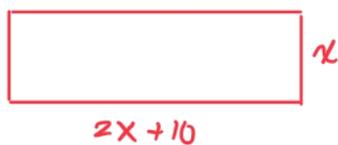
$$3(x + 2) - 2(y + 3) = 5.$$

Encuentre la pendiente y el corte en el eje de y .

$$\begin{aligned} 3x + 6 - 2y - 6 &= 5 \\ 3x - 2y &= 5 \\ -2y &= 5 - 3x \end{aligned} \quad \rightarrow \quad y = \frac{5 - 3x}{-2} = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$$

Pendiente: $\frac{3}{2}$ corte en eje $y = (0, -\frac{5}{2})$

17. Halle la medida del largo y el ancho de un rectángulo si el largo es 10 cm más que el doble del ancho. El área del rectángulo mide 132 cm^2 .



$$\begin{aligned} A &= a \cdot l \\ 132 &= x(2x + 10) \\ 132 &= 2x^2 + 10x \\ 0 &= 2x^2 + 10x - 132 \\ 0 &= x^2 + 5x - 66 \\ 0 &= (x + 11)(x - 6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore x &= \cancel{11}, 6 \\ \therefore \text{ancho} &= 6 \text{ cm} \\ \text{largo} &= 2(6) + 10 \\ &= 22 \text{ cm} \end{aligned}$$

18. Halle el conjunto solución de la ecuación

$$\frac{3}{2x + 4} - \frac{4}{x - 2} = \frac{3}{2x^2 - 8}$$

$$\begin{aligned} 2x + 4 &= 2(x + 2) \\ x - 2 &= (x - 2) \\ 2x^2 - 8 &= 2(x + 2)(x - 2) \\ \text{MCM: } 2(x + 2)(x - 2) &= 2x^2 - 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2(x + 2)(x - 2) \left(\frac{3}{2x + 4} - \frac{4}{x - 2} \right) &= 2(x + 2)(x - 2) \left(\frac{3}{2x^2 - 8} \right) \\ 3(x - 2) - 4(2x + 4) &= 3 \\ 3x - 6 - 8x - 16 &= 3 \\ -5x - 22 &= 3 \\ -5x &= 25 \Rightarrow x = -5 \end{aligned}$$

Como 5 es diferente de 3-2 entonces C.S. = $\{-5\}$

19. Encuentre la recta que pasa por los puntos $(-1, 2)$ y $(2, 5)$.

$$\begin{aligned} m &= \frac{5 - 2}{2 - (-1)} \\ &= \frac{3}{3} = 1 \\ \therefore y - y_1 &= m(x - x_1) \\ y - 2 &= 1 \cdot (x - (-1)) \\ y - 2 &= x + 1 \Rightarrow y = x + 3 \end{aligned}$$

20. Encuentre la recta que pasa por $(1, 2)$ y es paralela a la recta $y = 3x + 2$.

$$\begin{aligned} m &= 3 \\ y - y_1 &= m(x - x_1) \\ y - 2 &= 3(x - 1) \\ y - 2 &= 3x - 3 \\ y &= 3x - 1 \end{aligned}$$

21. Efectúe las operaciones indicadas

$$\frac{1}{5x^2} + \frac{3}{10xy} - \frac{4}{x^2y^2}$$

$$5x^2 = 5 \cdot x^2$$
$$10xy = 2 \cdot 5 \cdot x \cdot y$$
$$x^2y^2 = x^2 \cdot y^2$$

$$\text{MCM} = 2 \cdot 5 \cdot x^2 \cdot y^2$$
$$= 10x^2y^2$$

$$\frac{2y^2}{10x^2y^2} + \frac{3xy}{10x^2y^2} - \frac{40}{10x^2y^2}$$

$$\frac{2y^2 + 3xy - 40}{10x^2y^2}$$

22. Encuentre $\text{MCM}(x^3(x^2 - 1), x^4(x + 1)^2)$.

$$x^3 = x^3$$
$$x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$$
$$x^4(x + 1)^2 = x^4(x + 1)^2$$

$$\therefore \text{MCM} : x^4(x - 1)(x + 1)^2$$