

Universidad de Puerto Rico, Río Piedras
Facultad de Ciencias Naturales
Departamento de Matemáticas
San Juan, Puerto Rico

Apellidos: Su Majestad Nombre: Dr. M
No. estudiante: _____ Profesor: Dr. Luis A. Medina
Inmersión Examen I (MATE 3001).

2 de julio de 2024.

INSTRUCCIONES

1. Esta prueba consiste de 22 ejercicios en 6 páginas.
2. El material de este examen (y el próximo) será considerado para determinar si aprueba el curso MATE 3001.
3. Escriba su nombre y número de estudiante **ahora**.
4. Muestre su trabajo. Para recibir crédito, sus respuestas deben estar bien escritas, justificadas y bien organizadas.
5. Por favor, apague el teléfono celular y cualquier otro aparato electrónico que pueda interrumpir a otros tomando el examen.
6. Esta prueba es de 2 horas.

_____ NO ESCRIBA DEBAJO DE ESTA LINEA _____

Valor	Puntuación
100	110

Éxito

1. Suponga que $U = \{0, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10\}$ y $A = \{3, 5, 9, 10\}$ y $B = \{0, 2, 3, 4, 5, 10\}$. Encuentre

(a) $A \cap B^c$.

$$B^c = \{6, 9\}$$

(b) $(A \cup B)^c$.

$$\textcircled{a} A \cap B^c = \{9\}$$

$$\textcircled{b} (A \cup B)^c = (\{0, 2, 3, 4, 5, 9, 10\})^c = \{6\}$$

2. Sea $A = \{\emptyset, \{a\}, b\}$. Cierto o Falso.

C (a) $\emptyset \in A$

C (b) $\emptyset \subseteq A$

C (c) $\{a\} \in A$

C (d) $\{b\} \subseteq A$

F (e) $\{b\} \in A$

3. Determine el DCM (divisor común mayor) de 420 y 1050.

$$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$1050 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$$

$$\text{DCM}(420, 1050) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = \boxed{210}$$

4. Determine el MCM (múltiplo común menor) de 420 y 1050.

$$\text{MCM}(420, 1050) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$$

$$= \boxed{2100}$$

5. Sea $A = \{1, \emptyset, \{2\}\}$. Encuentre $P(A)$.

$$P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{\emptyset\}, \{\{2\}\}, \{1, \emptyset\}, \{1, \{2\}\}, \{\emptyset, \{2\}\}, A\}$$

6. Escriba los siguientes en orden de menor a mayor.

$$\frac{5}{11}, \frac{4}{7}, \frac{4}{9}, \frac{7}{13}$$

Note que $\text{MCM}(11, 7, 9, 13) = 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13$

$$\frac{5}{11} = \frac{5(7 \cdot 9 \cdot 13)}{7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13} = \frac{4095}{7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13}$$

$$\frac{4}{7} = \frac{4(7 \cdot 11 \cdot 13)}{7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13} = \frac{4004}{7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13}$$

$$\frac{4}{9} = \frac{4(7 \cdot 11 \cdot 13)}{7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13} = \frac{5148}{7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13}$$

$$\frac{7}{13} = \frac{7(7 \cdot 9 \cdot 11)}{7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13} = \frac{4851}{7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13}$$

$$\therefore \boxed{\frac{4}{9} < \frac{5}{11} < \frac{7}{13} < \frac{4}{7}}$$

7. Simplifique la fracción $\frac{212}{96}$. N

$$\frac{212 \div 4}{96 \div 4} = \boxed{\frac{53}{24}}$$

8. Escriba $\frac{333}{106}$ como un número mixto.

$$\begin{array}{r} 3 \\ 106 \overline{) 333} \\ \underline{-318} \\ 15 \end{array} \quad \therefore \frac{333}{106} = \boxed{3 \frac{15}{106}}$$

9. Halle 3 fracciones entre $\frac{4}{5}$ y $\frac{10}{11}$.

$$\frac{4}{5} < \frac{14}{16} < \frac{10}{11}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{5} < \frac{7}{8} < \frac{10}{11}$$

$\frac{4}{5} < \frac{11}{13} < \frac{7}{9} < \frac{17}{19} < \frac{10}{11}$

10. Efectúe las operaciones $\frac{2}{9} \cdot 5 \div 3 \cdot 2 + 3 \div 9$.

$$\frac{10}{9} \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 + \frac{3}{9} = \frac{20}{27} + \frac{1}{3} = \frac{20}{27} + \frac{9}{27} = \boxed{\frac{29}{27}}$$

11. Escriba la fracción $\frac{4}{9}$ en decimal.

$$\begin{array}{r} 0.444 \\ 9 \overline{) 4.000} \\ \underline{-36} \\ 40 \\ \underline{-36} \\ 40 \\ \underline{-36} \\ 4 \end{array} \quad \therefore \frac{4}{9} = 0.444 \dots$$

$= 0.\bar{4}$

12. Efectúe la operación 5.23×3.2

$$\begin{array}{r} 523 \\ \times 32 \\ \hline 1046 \\ + 1569 \\ \hline 16736 \end{array} \quad \therefore 5.23 \times 3.2 = 16.736$$

13. Escriba el decimal $0.3123232323232323\ldots$ en fracción.

$$\begin{aligned}
 x &= 0.31232323 \dots \\
 100x &= 31.232323 \dots \\
 100(100x) &= 3123.2323 \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10000x &= 3123.2323 \dots \\
 100x &= 31.2323 \dots \\
 \hline
 9900x &= 3092
 \end{aligned}$$

$$\boxed{\therefore x = \frac{3092}{9900}}$$

14. Efectúe la operación $1.02 \div 0.34$

$$0.34 \overline{)1.02} \Rightarrow 34 \overline{)102}$$

$$\begin{array}{r}
 34 \overline{)102} \\
 \underline{-102} \\
 0
 \end{array}$$

$$\therefore 1.02 \div 0.34 = \boxed{3}$$

15. Pedro le compró un traje elegante a su esposa. Cuando fue a la caja registradora, tuvo que pagar el costo original del traje más \$23 dólares en impuestos ("sale tax"). Tomando en cuenta que Pedro vive en Puerto Rico y que el impuesto a la venta es 11.5%, ¿cuál fue el costo original del traje?

$$23 = 0.115 \cdot x$$

$$\frac{23}{0.115} = x$$

$$0.115 \overline{)23}$$

$$\begin{array}{r}
 0.115 \overline{)23} \\
 \underline{2300} \\
 0
 \end{array}$$

$$\boxed{\therefore \text{El costo original era } \$200}$$

16. Efectúe $2.22222\bar{2} + \frac{1}{3}$.

Sabemos que $\frac{1}{3} = 0.\bar{3}$. Luego, $2.\bar{2} + 0.\bar{3} = 2.\bar{5}$. Sea

$$x = 2.555 \dots \text{ Entonces,}$$

$$10x = 25.555 \dots \quad y$$

$$10x = 25.555 \dots$$

$$x = 2.555 \dots$$

$$\Rightarrow 9x = 23$$

$$\therefore \boxed{x = \frac{23}{9}}$$

17. Bruce quiere comprar una camisa con un costo original de \$70. La camisa está marcada con un 25% de descuento. Bajo la suposición de que Bruce vive en un estado con un 7% de impuesto a la venta cuánto Bruce tiene que pagar en total?

(a) Descuento: $70 \times \frac{25}{100} = 70 \times \frac{1}{4} = \frac{35}{2} = 17.5$

(b) Valor con descuento aplicado: $70 - 17.5 = 52.5$

(c) Impuesto: $52.5 \times .07 = 3.675$

Total = (b) + (c) = \$52.5 + \$3.68 = $\boxed{\$56.18}$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 525 \\ \hline 7 \\ 3675 \end{array}$$

18. Escriba $\left(\frac{3}{500}\right)\left(\frac{7}{100000}\right)$ en notación científica.

$$\begin{aligned} \frac{3}{500} &= \frac{6}{1000} = 6 \times 10^{-3} & \therefore \left(\frac{3}{500}\right)\left(\frac{7}{100000}\right) &= (6 \times 10^{-3})(7 \times 10^{-5}) \\ & & &= 42 \times 10^{-8} \\ & & &= \boxed{4.2 \times 10^{-7}} \\ \frac{7}{100000} &= 7 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

19. Efectúe las siguientes operaciones $\frac{1}{5} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{7}\right)$.

$$\frac{1}{5} \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{7}\right) = \frac{1}{5} \left(\frac{7-15}{21}\right) = \frac{1}{5} \left(\frac{-8}{21}\right) = \boxed{\frac{-8}{105}}$$

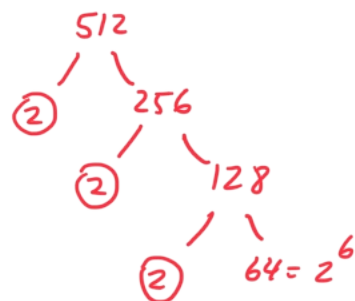
20. Simplifique $2^{-4} + 3 \cdot 4^{-3}$.

$$\frac{1}{2^4} + \frac{3}{4^3} = \frac{1}{2^4} + \frac{3}{(2^2)^3} = \frac{1}{2^4} + \frac{3}{2^6} = \frac{2^2}{2^6} + \frac{3}{2^6} = \frac{7}{2^6} = \boxed{\frac{7}{64}}$$

21. Encuentre el valor de $\sqrt[3]{\frac{125}{512}}$.

Note que $125 = 5^3$ y $512 = 2^9$

$$\therefore \sqrt[3]{\frac{125}{512}} = \sqrt[3]{\frac{5^3}{2^9}} = \frac{5}{2^3} = \boxed{\frac{5}{8}}$$



22. Usando notación científica, evalúe

$$\frac{(0.001)^2(300)^{-2}}{(0.0001)^5}$$

$$\frac{(1 \times 10^{-3})^2 (3 \times 10^2)^{-2}}{(1 \times 10^{-4})^5}$$

$$\frac{10^{-6} \times 3^{-2} \times 10^{-4}}{10^{-20}} = 3^{-2} \times 10^{-10} \times 10^{20}$$

$$= 3^{-2} \times 10^{10}$$

$$= \frac{1}{3^2} \times 10^{10}$$

$$= \frac{1}{9} \times 10^{10}$$

$$= (0.1111 \dots) \times 10^{10}$$

$$= \boxed{1.1111 \dots \times 10^9}$$

$$\begin{array}{r} 0.111 \\ 9 \overline{) 1.00} \\ \underline{9} \\ 10 \\ \underline{9} \\ 10 \\ \underline{9} \\ 1 \end{array}$$